

Matrices

Tout le cours de pcsi (plus de matrices échelonnées réduites) + Matrices définies par blocs, opérations.

Sous-espace vectoriel stable par un endomorphisme, endomorphisme induit (les étudiants doivent savoir traduire matriciellement la stabilité d'un sous-espace vectoriel par un endomorphisme et interpréter en termes d'endomorphismes une matrice triangulaire ou diagonale par blocs.

Si u et v commutent, le noyau de u est stable par v .

Matrices semblables (révisions de pcsi). (La notion de matrices équivalentes est hors programme.)

Trace d'une matrice carrée. Linéarité; trace de la transposée d'une matrice, du produit de deux matrices.

Invariance de la trace par similitude. Trace d'un endomorphisme d'un espace de dimension finie.

Polynômes d'endomorphismes et de matrices carrées

Définition, polynôme annulateur (application au calcul de l'inverse et des puissances), stabilité de $P(u)$ par u ; $P(u) \circ Q(u) = Q(u) \circ P(u)$.

Déterminant de Vandermonde et polynômes interpolateurs de Lagrange

Séries numériques

Révisions du cours de pcsi sur les séries à termes positifs + D'Alembert (vu comme une comparaison aux séries géométriques) + règle du « $n^\alpha u_n$ » (vu comme une comparaison aux séries de Riemann).

Technique de comparaison série/intégrale (plus le théorème, encadrement à retrouver sur chaque exemple).

Formule de Stirling : équivalent de $n!$.

Questions de cours

- Propriétés de la trace (avec dém.)
- Pour un projecteur p , $\text{tr}(p) = \text{rg}(p)$ (dém)
- Déterminant de Vandermonde (dém)
- Les différents « outils » pour étudier une série à termes positifs
- On considère la suite $(u_n)_n$ définie par $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln n$
En utilisant le lien suite-série, montrer que $(u_n)_n$ converge.

Prévisions pour la semaine du 6 au 10 novembre 2023

Éléments propres.