## 1. Normes-Espaces vectoriels normés

*N.B. : pour les colleurs, pas de topo pour l'instant.*
*La notion de normes équivalentes refait son apparition.*

Norme sur un espace vectoriel réel ou complexe. Exemple des normes $1, 2$ et $\infty$ sur $\mathbb{K}^n$, $1$ sur $\mathcal{C}^0([0,1])$, $\infty$ sur $\mathcal{B}(X, \mathbb{K})$.
Norme associée à un produit scalaire (révision de Cauchy-Schwarz).
Distance associée à une norme.
Normes équivalentes.
Parties bornées, fonctions bornées.
Suites à valeurs dans un evn $E$ : convergence, suites bornées, opérations sur les suites convergentes, suites extraites, convergence par coordonnées (quand $E$ est de dimension finie). Invariance du caractère borné et de la convergence pour des normes équivalentes.
Limite en un point adhérent pour une fonction de $A \subset E \to F$ : définition et caractérisation séquentielle.
Limite et continuité en un point.
Applications lipschitziennes : définition, exemple de la norme, continuité des applications linéaires (pas de norme subordonnée, mais on peut faire trouver la meilleure constante de lipschitz…)
Continuité des applications bilinéaires et polynomiales.

## 2. Éléments propres

Révisions des programmes précédents.

## Questions de cours

- Dém « propre » de $\|\cdot\|_\infty$ norme sur $\mathcal{B}(X, E)$ (on pourra admettre l'homogénéité)
- Montrer que $f \in E = \mathcal{C}^0([0,1], \mathbb{R}) \mapsto \displaystyle\int_0^1 |f(t)|\mathrm{d}t$ est une norme sur $E$.
- Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ telle que $\mathrm{rg}(A) = 1$ et $\mathrm{tr}(A) = -1$. Montrer que $\chi_A(X) = X^{n-1}(X+1)$.
- Tout ce que vous savez sur le polynôme caractéristique (au moins 6 « points », sans dém)
- Déterminer (sans trop de calculs) les éléments propres de $A = (a_{i,j})$ où $\forall i, j,\ a_{i,j} = 1$.

### *Prévisions pour la semaine du 27 novembre au 1er décembre 2023*

Réduction.