Endomorphismes des espaces euclidiens

Isométries vectorielles et matrices orthogonales : définition et les 10 caractérisations au programme...
Détermination des matrices de $O_2(\mathbb{R})$, de $SO_2(\mathbb{R})$; commutativité de $SO_2(\mathbb{R})$.
Mesure de l'angle d'une rotation d'un plan euclidien orienté. Écriture complexe d'une rotation.
Classification des isométries vectorielles d'un plan euclidien.

Endomorphisme autoadjoint d'un espace euclidien.
Si $\mathcal{B}$ est une base orthonormale de E et u un endomorphisme de E, alors u est autoadjoint si et seulement si $\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(u)$ est symétrique.
Théorème spectral : un endomorphisme autoadjoint d'un espace euclidien admet une base orthonormale de vecteurs propres.
Interprétation matricielle : pour toute matrice symétrique réelle A, il existe D diagonale réelle et P orthogonale telles que $A = PDP^{-1}$.
Endomorphisme autoadjoint positif (resp. défini positif) : définition $(\forall x,\ \langle u(x), x\rangle \geqslant 0)$ et caractérisation $(\mathrm{Sp}(u) \subset \mathbb{R}^+)$.
Matrice symétrique positive et définie-positive : définition et caractérisation.

Révisions

Cours de sup sur les probas : tout (dont les v.a. de sup).

Espaces probabilisés de « spé »

RDV sur le site de la classe pour lire le poly !
Un ensemble est dit dénombrable s'il est en bijection avec $\mathbb{N}$. Ensembles finis ou dénombrables. Un ensemble fini ou dénombrable peut être décrit en extension sous la forme $\{x_n\,;\ n \in \mathbb{N}\}$.
Dénombrabilité de $\mathbb{Z}$, d'un produit cartésien de deux ensembles dénombrables. Toute autre connaissance sur la dénombrabilité est hors programme.

Espace probabilisé

Si Ω est un ensemble, **tribu** sur Ω ; les éléments de $\mathcal{A}$ sont les événements.
Si Ω est un ensemble et $\mathcal{A}$ une tribu sur Ω, **probabilité** sur $(\Omega, \mathcal{A})$.
On appelle espace probabilisé un triplet $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ où $\mathcal{A}$ est une tribu et P une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{A})$.
Propriétés : $\displaystyle\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n \in \mathcal{A}$; Continuité croissante ; Continuité décroissante ; Sous additivité.

Conditionnement et indépendance

Si A et B sont deux événements tels que $P(B) > 0$,probabilité conditionnelle de A sachant B. Notation $P_B(A) = P(A \mid B)$. L'application P_B est une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{A})$.
Formule des probabilités composées.
Système complet (ou quasi-complet) dénombrable d'événements.
Formule des probabilités totales.
Formule de Bayes.
Indépendance de deux événements. Indépendance d'une famille finie d'événements.

Questions de cours

- Montrer que u conserve la norme ssi u conserve le produit scalaire ssi u transforme une b.o.n. en une b.o.n.
- Isométries vectorielles et matrices orthogonales : définition et les 10 caractérisations au programme (sans dém)
- Le polynôme caractéristique de S symétrique réelle est scindé sur $\mathbb{R}$ (dém)
- Existence d'une racine carrée pour une matrice symétrique réelle positive.
- Démonstration de S symétrique définie-positive $\iff$ $\mathrm{Sp}(S) \subset \mathbb{R}_*^+$
- Énoncer les formules des proba totales, composées et formule de Bayes (pgm de spé)
- Énoncé et dém. des 4 th. de continuité croissante et décroissante.

Prévisions pour la semaine du 5 au 9 février 2024

Suite des proba de spé !