Endomorphismes des espaces euclidiens

Surtout les matrices symétriques réelles positives ou définies positives (idem avec les endomorphismes autoadjoints positifs ou définis positifs).

Révisions

Cours de sup sur les probas : tout (dont les v.a. de sup).

Espaces probabilisés de « spé »

RDV sur le site de la classe pour lire le poly !
Un ensemble est dit dénombrable s'il est en bijection avec $\mathbb{N}$. Ensembles finis ou dénombrables. Un ensemble fini ou dénombrable peut être décrit en extension sous la forme $\{x_n\ ;\ n \in \mathbb{N}\}$.
Dénombrabilité de $\mathbb{Z}$, d'un produit cartésien de deux ensembles dénombrables.
Toute autre connaissance sur la dénombrabilité est hors programme.

Espace probabilisé

Si Ω est un ensemble, **tribu** sur Ω ; les éléments de $\mathcal{A}$ sont les événements.
Si Ω est un ensemble et $\mathcal{A}$ une tribu sur Ω, **probabilité** sur $(\Omega, \mathcal{A})$.
On appelle espace probabilisé un triplet $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ où $\mathcal{A}$ est une tribu et P une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{A})$.
Propriétés : $\displaystyle\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n \in \mathcal{A}$; Continuité croissante ; Continuité décroissante ; Sous additivité.

Conditionnement et indépendance

Si A et B sont deux événements tels que $P(B) > 0$,probabilité conditionnelle de A sachant B. Notation $P_B(A) = P(A \mid B)$. L'application P_B est une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{A})$.
Formule des probabilités composées.
Système complet (ou quasi-complet) dénombrable d'événements.
Formule des probabilités totales.
Formule de Bayes.
Indépendance de deux événements. Indépendance d'une famille finie d'événements.

Variables aléatoires discrètes

Généralités

Une variable aléatoire discrète X sur $(\Omega, \mathcal{A})$ est une application définie sur Ω dont l'image est finie ou dénombrable et telle que l'image réciproque de tout élément de $X(\Omega)$ appartient à $\mathcal{A}$. Pour tout $U \subset X(\Omega)$, $X^{-1}(U)$ est un événement.
Loi d'une variable aléatoire discrète.
V.a.r.d. indépendantes.
Si X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes alors, pour toutes fonctions f et g, les variables $f(X)$ et $g(Y)$ sont indépendantes. Lemme des coalitions.
Suite de variables aléatoires i.i.d.

Lois usuelles de « spé »

Pour p dans $]0,1[$, loi géométrique de paramètre p ($\forall k \in \mathbb{N}^*,\ P(X = k) = p(1-p)^{k-1}$).
Loi de Poisson de paramètre λ.

Couples de v.a.d

Loi conjointe, lois marginales. Loi conditionnelle sachant un événement.

Questions de cours

- Existence d'une racine carrée pour une matrice symétrique réelle positive.
- Démonstration de S symétrique définie-positive $\iff \mathrm{Sp}(S) \subset \mathbb{R}_*^+$
- Énoncer les formules des proba totales, composées et formule de Bayes (pgm de spé)
- Énoncé et dém. des 4 th. de continuité croissante et décroissante.
- Montrer que la somme de 2 Poisson indépendantes est une Poisson.
- Trouver la loi de $\mathrm{Min}(X, Y)$ où $X \sim Y \sim \mathscr{G}(p)$.
- Calculer $P(X \neq Y)$ où $X \sim Y \sim \mathscr{G}(p)$.

Prévisions pour la semaine du 12 au 16 février 2024

Probas, suite et fin !